COURS DE MAGNETISME

Le *magnétisme* est la partie de la physique qui étudie les effets magnétiques des courants électriques et des aimants.

Plan du cours

I- Force magnétique

I-1- Force de Lorentz
I-2- Loi de Laplace
I-3- Force électromotrice (f.e.m.) induite
I-4- Effet Hall

II- Champ magnétique crée par les courants

II-1- Loi de Biot et Savart
II-2- Spectre magnétique
II-3- Exemple de calcul
II-4- Définition légale de l'ampère

III- Théorème d'Ampère

IV- Induction électromagnétique

IV-1- Flux magnétique
IV-2- Loi d'induction de Faraday
IV-3- Loi de Lenz
IV-4- Auto-induction
IV-5- Bobine électrique

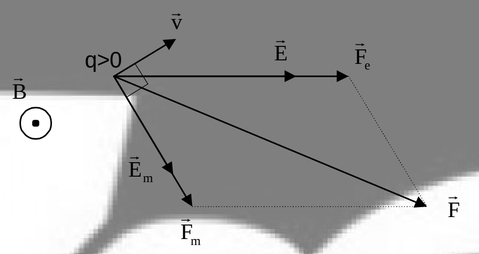
<u>Bibliographie</u>

♦ R. A. Serway ; Physique 2 : Electricité et magnétisme ; Editions De Boeck Université

I- Force magnétique

I-1- Force de Lorentz

Soit une particule chargée q se déplaçant dans une région de l'espace où règne un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$:



La particule est alors soumise à une force électromagnétique (ou force de Lorentz) telle que :

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$$

Cette force a deux composantes :

$\vec{F}_e = q\vec{E}$: force électrostatique

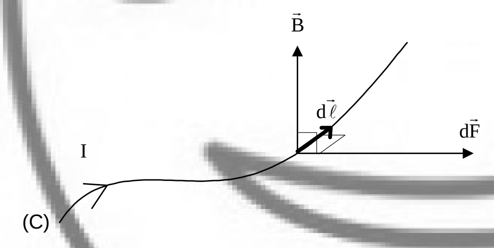
$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = q\vec{E}_m$: force magnétique

Par définition $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$ est appelé champ électromoteur.

Application pratique : déflexion magnétique du faisceau d'électrons dans le tube cathodique d'un téléviseur.

I-2- Loi de Laplace

Soit un circuit filiforme (C) plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ et parcouru par un courant d'intensité I :

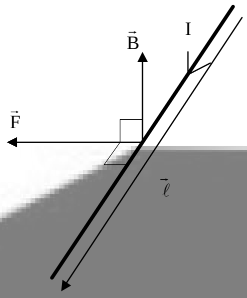


Une portion de circuit de longueur $d\ell$ est soumise à une force magnétique (ou force de Laplace) :

$\boxed{d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B}}$ (loi de Laplace).

Origine de la force de Laplace :
La force de Laplace est la résultante des forces magnétiques de Lorentz qui s'appliquent aux électrons de conduction qui forment le courant électrique d'intensité I.

<u>Cas particulier</u>



Soit un circuit rectiligne de longueur ℓ soumis à un champ magnétique uniforme.
La force globale qui s'applique sur le conducteur est égale à la somme des forces élémentaires qui s'appliquent sur chaque portion du circuit :

$$\vec{F} = \sum d\vec{F} = \sum I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

Conséquences :

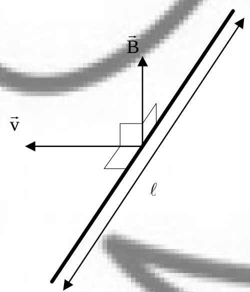
$\vec{F}$ est perpendiculaire au plan défini par $\vec{\ell}$ et $\vec{B}$.
$F = \left| I\ell B \sin(\vec{\ell}, \vec{B}) \right|$

<u>Application</u>

Moteur à courant continu, haut-parleur électrodynamique, galvanomètre, ampèremètre et voltmètre magnétoélectrique, balance de Cotton, roue de Barlow...

I-3-Fem induite

Considérons une tige métallique de longueur ℓ plongée dans un champ magnétique uniforme et entraînée à la vitesse v :



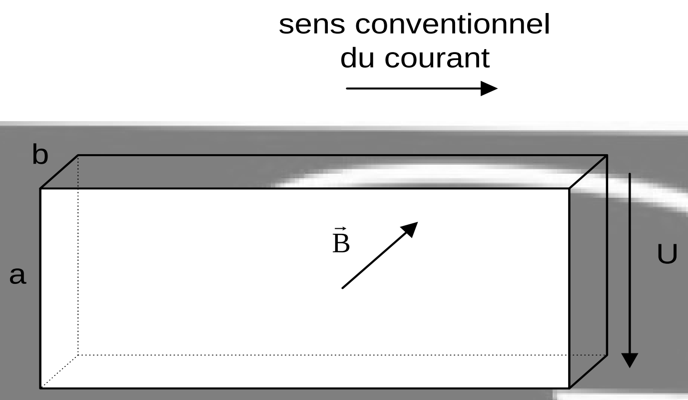
L'expérience montre qu'il apparaît une tension électrique entre les deux extrémités de la tige : c'est une « force électromotrice induite » (ou fem induite) e.
Dans cet exemple : $|e| = B\ell v$.

Application :
C'est le principe de la génératrice à courant continu, du microphone électrodynamique …

I-4-Effet Hall (1879)

Soit un conducteur rectiligne de *section droite rectangulaire* et de côtés a et b, parcouru par un courant I. Le conducteur est placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à la face de largeur a.

L'expérience montre qu'il apparaît une d.d.p. U entre les deux faces latérales parallèles à $\vec{B}$.
Cette d.d.p. est appelée tension de Hall.



On montre que : $U = \dfrac{IB}{neb}$
avec : n densité volumique de porteurs de charge de conduction.

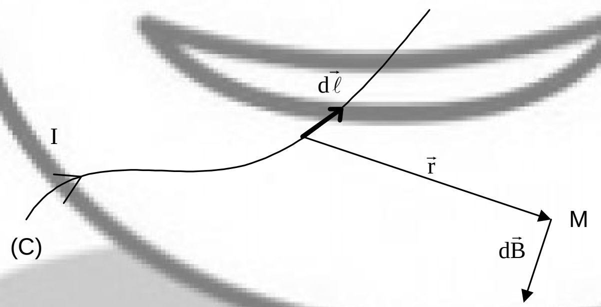
Application : mesure de courant (pince ampèremétrique), mesure de champ magnétique (sonde à effet Hall).

II- Champ magnétique crée par les courants

Nous savons que les aimants sont des sources de champ magnétique.
L'expérience d'Oersted en 1820 a montré que les courants électriques peuvent également créer des champs magnétiques.

II-1- Loi de Biot et Savart

Soit un circuit filiforme (C) dans le vide, parcouru par un courant électrique I.



Une portion de fil de longueur $d\ell$ crée en un point M de l'espace un champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ tel que :

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3}}$$ (loi de Biot et Savart).

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.
C’est une constante universelle : $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ H/m.

Globalement, le circuit filiforme (C) crée en M un champ magnétique :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{(C)} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

Conséquence : tout circuit électrique parcouru par un courant crée un champ magnétique.
L’intensité du champ magnétique décroît rapidement avec la distance et s’annule à l’infini.

Remarques :

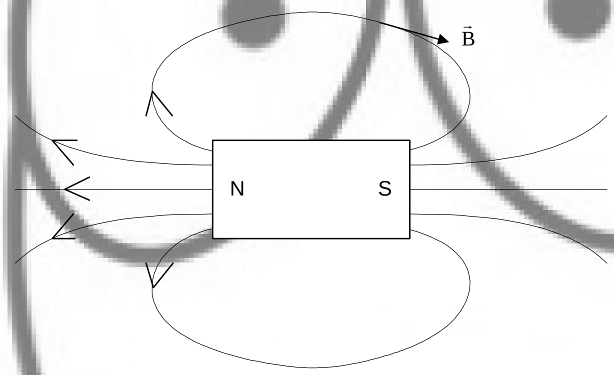
En un point considéré, B est proportionnel au courant I : **B = kI**.
k est une constante qui dépend de la géométrie du circuit électrique et de la position du point.

Les résultats précédents restent valables dans l’air.

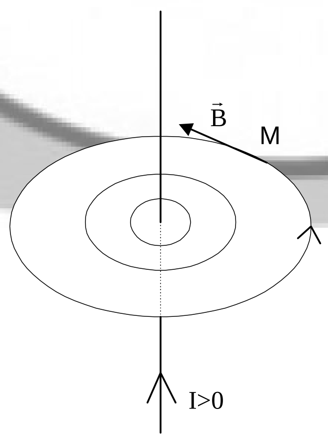
II-2-Spectre magnétique

L’ensemble des lignes de champ magnétique constitue le spectre magnétique.

<u>Pour un aimant droit :</u>



<u>Pour un conducteur rectiligne infiniment long :</u>



Le sens du champ magnétique est donné, par exemple, par la règle de la main droite.

Remarques : Les lignes de champ magnétique sont des lignes fermées.
L'intensité du champ magnétique augmente avec le resserrement des lignes de champ.

II-3-Exemple de calcul

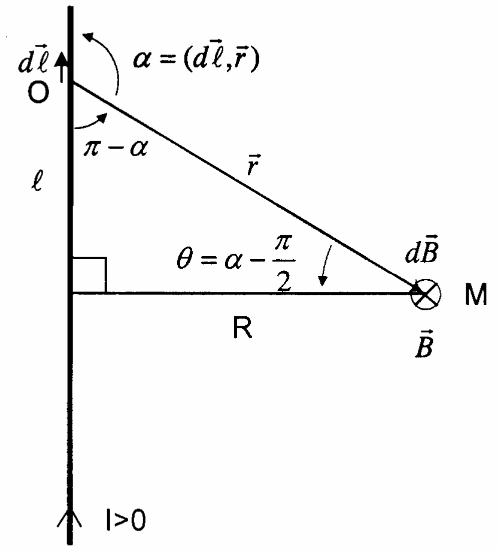
La loi de Biot et Savart permet de calculer le champ magnétique crée en un point quelconque de l'espace par un circuit filiforme quelconque parcouru par un courant électrique.

Reprenons le conducteur rectiligne infiniment long.
La loi de Biot et Savart donne non seulement le sens du champ magnétique mais surtout son intensité :

La portion de fil $d\ell$ crée en M le champ magnétique élémentaire : $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\ell}\wedge\vec{r}}{r^3}$

En intensité : $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\, r}{r^3}\sin(d\vec{\ell},\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell}{r^2}\sin\alpha$

Mais : $\sin\alpha = \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos\theta$ et $\cos\theta = \frac{R}{r}$ d'où : $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell}{R^2}\cos^3\theta$



D'autre part : $\ell = R\tan\theta$ soit : $\frac{d\ell}{d\theta} = R\frac{d\tan\theta}{d\theta} = \frac{R}{\cos^2\theta}$

Finalement : $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\cos\theta\, d\theta$

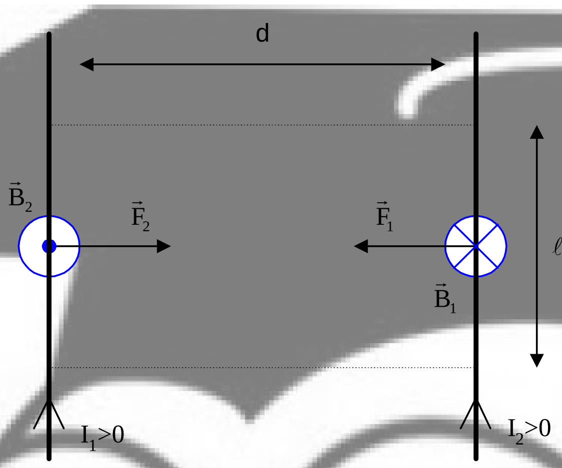
Il reste à intégrer sur l'ensemble du fil :

$$B = \sum dB = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$$

En résumé : $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$ avec R la distance du point M au fil.

II-4- Définition légale de l'ampère

Considérons deux fils rectilignes infinis, parallèles, distants de d et parcourus par des courants de même sens et d'intensité I_1 et I_2 :



A partir de la loi de Laplace et de la loi de Biot et Savart, on montre que les deux fils s'attirent avec une force d'intensité :

$F_1 = F_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ell$ pour des segments de longueur ℓ .

<u>Définition de l'ampère (BIPM, 1948)</u>

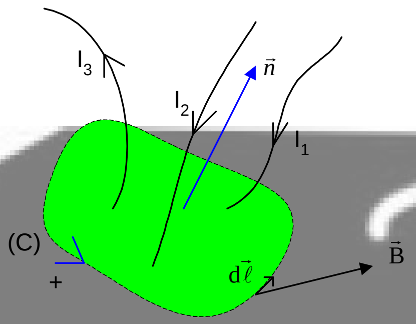
L'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2{\cdot}10^{-7}$ newton par mètre de longueur.

La définition de l'ampère donne :

$F_1 = \dfrac{\mu_0}{2\pi} = 2\cdot 10^{-7}$ N ce qui impose $\mu_0=4\pi{\cdot}10^{-7}$ H/m pour la perméabilité magnétique du vide.

III- Théorème d'Ampère

Considérons un contour fermé (C) orienté. Le sens de la normale $\vec{n}$ à la surface qui s'appuie sur le contour est donné par la règle de la main droite :



Par définition, la circulation C du champ magnétique $\vec{B}$ le long du contour fermé (C) est :

$$C = \sum_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

<u>Théorème d'Ampère</u>

La circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé est égale à la somme des intensités algébriques des courants enlacés, multipliée par μ_0 :

$\boxed{C = \mu_0 \sum_j I_j}$ les courants étant comptés positivement s'ils ont même sens que la normale $\vec{n}$.

En toute rigueur, le théorème d'Ampère n'est valable que dans le vide. On peut cependant l'appliquer dans l'air.

Pour le schéma ci-dessus : $C = \mu_0 \sum_j I_j = \mu_0(-I_1 - I_2 + I_3)$

<u>Application :</u>

Dans les circuits filiformes possédant des symétries géométriques, le théorème d'Ampère permet de calculer très rapidement l'intensité du champ magnétique (à condition de choisir judicieusement le contour fermé …).

Par exemple, reprenons le conducteur rectiligne infiniment long :
On choisit un contour fermé s'appuyant sur une ligne de champ.
La circulation du champ magnétique $\vec{B}$ le long du contour fermé est donc :

$$C = \sum_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \sum_{(C)} B \cdot d\ell = B \sum_{(C)} d\ell = B2\pi R$$

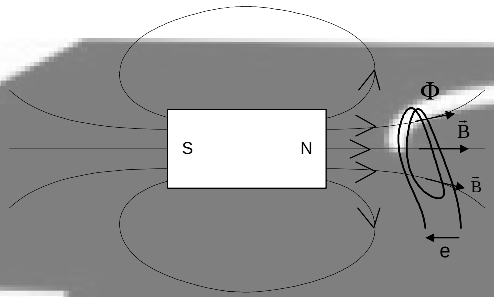
Appliquons le théorème d'Ampère :

$C = \mu_0 I$ soit : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Il est clair que les calculs sont beaucoup plus simples qu'avec la formule de Biot et Savart …

IV- Induction électromagnétique

Expérience



Si on déplace l'aimant, on constate qu'il apparaît une tension aux bornes du circuit électrique : c'est une *fem induite*.
Si de plus on ferme le circuit électrique, la fem induite engendre un courant électrique : c'est un *courant induit*.
C'est le phénomène d'*induction électromagnétique* mis en évidence par Faraday en 1831.

IV-1-Flux magnétique

C'est la même définition que pour le flux d'un champ électrique :

$\Phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$ en weber (Wb).

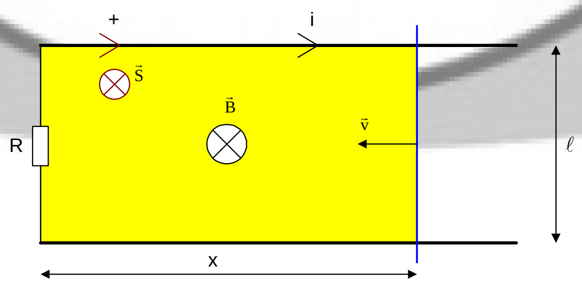
On notera que le flux se définit par rapport à une surface.
Le flux magnétique à travers un circuit électrique est donc le flux à travers la surface que délimite le circuit électrique en question.

IV-2-Loi d'induction de Faraday

Dans un circuit électrique qui est le siège d'une *variation* de flux magnétique, il se crée une fem induite e donnée par la relation :

$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$ (loi de Faraday)

Exemple : expérience des « rails de Laplace »



Si on déplace la tige à la vitesse v, un courant induit i circule dans le montage.

Il est dû à l'apparition d'une fem induite consécutive à une variation du flux magnétique dans le circuit :
$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = +B\ell x$ (on choisit une orientation arbitraire du circuit et la règle de la main droite donne le sens du vecteur surface).

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell\frac{dx}{dt} = +B\ell v$$

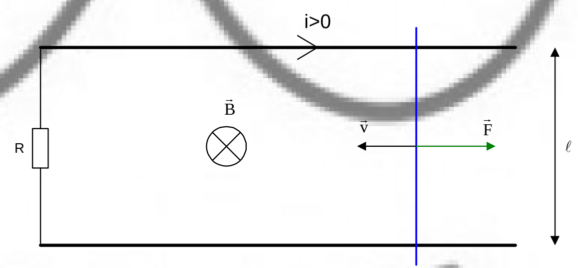
On obtient le courant induit en appliquant la loi d'Ohm :
$i = \frac{e}{R} = \frac{B\ell v}{R}$

IV-3-Loi de Lenz

Le courant induit, par ses effets, s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance.

Reprenons l'expérience des rails de Laplace :

Le sens du courant induit est tel qu'il provoque dans la tige une force magnétique qui *s'oppose* au mouvement de celle-ci :



IV-4- Auto-induction

L'auto-induction est un cas particulier du phénomène d'induction électromagnétique.

Considérons un circuit électrique quelconque traversé par un courant électrique.
Le circuit devient une source de champ magnétique et il crée son propre flux magnétique : on parle de flux propre.
Imaginons que l'on fasse varier d'une manière ou d'une autre le courant électrique dans le circuit :
Le flux Φ est par définition proportionnel à l'intensité du champ magnétique B.
De plus, on sait que l'intensité du champ magnétique B est proportionnelle au courant électrique i. Il en résulte que le flux propre du circuit est proportionnel au courant électrique :

$$\mathbf{\Phi = L\,i}$$

L est l'*inductance* du circuit et s'exprime en henry (H).
L'inductance dépend en particulier de la géométrie du circuit et devient significative dans les circuits bobinés.

La fem auto-induite s'écrit donc : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$

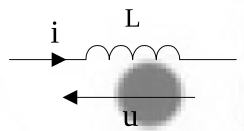
IV-5- Bobine électrique

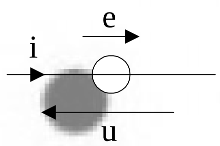
Une *bobine électrique* est un enroulement de fil conducteur.
L'inductance L (en henry) est la grandeur caractéristique d'une bobine.

Remarque : un *solénoïde* est une bobine formée par un conducteur enroulé autour d'un cylindre.

<u>Relation entre courant et tension dans une bobine parfaite</u>

La bobine est le siège d'une fem auto-induite : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

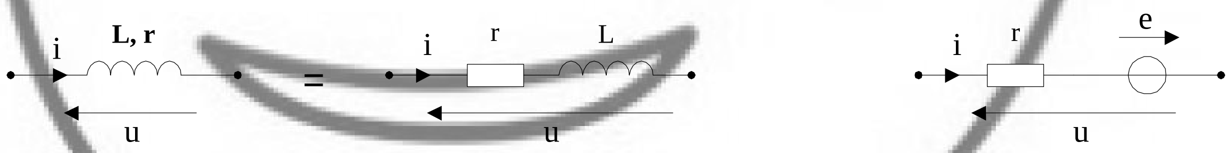




Il vient donc : $\boxed{u = +L\frac{di}{dt}}$ (en convention récepteur)

<u>Relation entre courant et tension dans une bobine réelle</u>

Une bobine possède une certaine résistance électrique r (c'est la résistance de l'enroulement) dont il faut tenir compte :



$\boxed{u = ri + L\frac{di}{dt}}$

<u>Energie emmagasinée par une bobine</u>

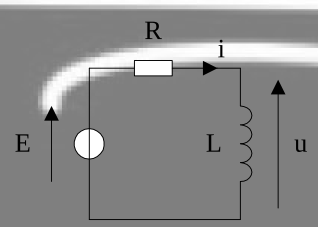
Une bobine contient de l'énergie sous forme électromagnétique : $\boxed{W = \frac{1}{2}Li^2}$

avec : W énergie en joule (J)
L inductance en henry (H)
i intensité du courant électrique circulant dans la bobine en ampère (A)

Charge et décharge d'une bobine

♦ *Charge d'une bobine à travers une résistance*

Considérons une bobine d'inductance L branchée à travers une résistance R à une source parfaite de tension continue E :

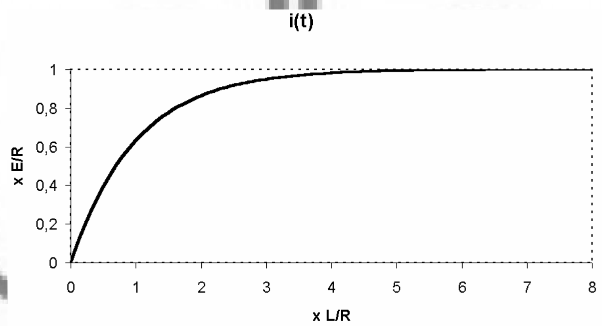


Loi des branches : $E = Ri(t) + u(t)$

Le courant i(t) est donc régi par une équation différentielle du premier ordre : $\boxed{Ri + L\frac{di}{dt} = E}$

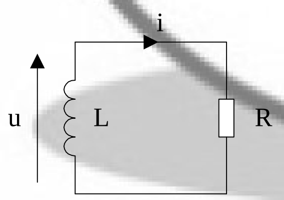
A l'instant t = 0, on suppose le courant nul (bobine déchargée) : $i(t=0) = 0$

La résolution de cette équation différentielle donne alors : $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\frac{L}{R}}})}$



τ =L/R **est la constante de temps du circuit.**
τ caractérise la « vitesse » de charge de la bobine.
On remarquera qu'après une durée de 3τ, la bobine s'est chargée à 95 % de sa valeur finale (E/R).

♦ *Décharge d'une bobine à travers une résistance*



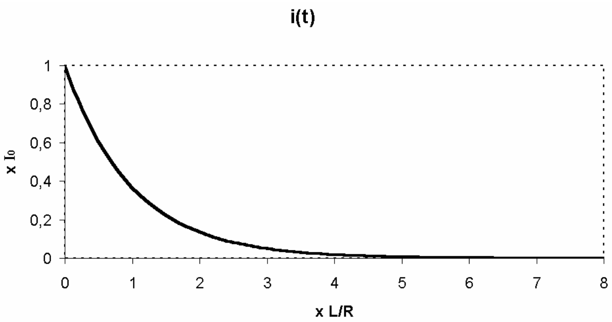
Loi d'Ohm : $u(t) = Ri(t)$

De plus : $u = -L\frac{di}{dt}$

Le courant i(t) dans la bobine est donc régi par l'équation différentielle : $\boxed{Ri + L\frac{di}{dt} = 0}$

Initialement, on suppose que le courant dans la bobine est : $i(t=0) = I_0$

La solution de l'équation différentielle est alors : $\boxed{i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$



Bobine parfaite en régime sinusoïdal

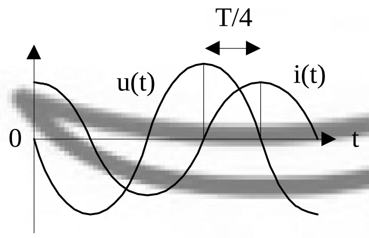
Alimentons une bobine parfaite avec un courant sinusoïdal alternatif de fréquence f :

$i(t) = \hat{I}\ \sin(\omega t + \varphi)$

$\hat{I}$ désigne l'amplitude du courant (ou courant crête)
et ω la pulsation : $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ **(**en rad/s).

$$u(t) = +L\frac{di(t)}{dt} = L\,\hat{I}\,\omega\cos(\omega t + \varphi) = L\,\hat{I}\,\omega\sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

La tension est de forme sinusoïdale alternative et de même fréquence que le courant.
La tension est en avance sur le courant d'un quart de période (on dit aussi que la tension est déphasée par rapport au courant de +90°) :



La relation entre les amplitudes est : $\hat{U} = L\omega\hat{I}$