Physique Générale I - II. Résumé du Cours.

Par Benaddat

Ch.1. Mécanique

•• 1.1. Introduction. Référentiel : solide rigide avec mètre et horloge

•• 1.2. Cinématique du Point Matériel

• *Coordonnées cartésiennes* (x_1, x_2, x_3)

Repère cartésien: $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ orthonormé, ***orienté droite*** $(\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3)$, vecteurs-unités de directions ***fixes*** dans le référentiel. Vecteur position $\vec{x} = x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2 + x_3\vec{e}_3 = \sum_{i=1}^{3} x_i\vec{e}_i$. Unités : $[m]$.

Equation horaire $\vec{x}(t) = \sum_{i=1}^{3} x_i(t)\vec{e}_i$

Vitesse $\vec{v} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{3} \dot{x}_i\vec{e}_i$. $[ms^{-1}]$ (notation: $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$)

Accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{3} \ddot{x}_i\vec{e}_i$ $[ms^{-2}]$

• *Coordonnées cylindriques* (ρ, φ, z)

Repère cylindrique: $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z\}$ orthonormé, ***orienté droite*** $(\vec{e}_\rho \times \vec{e}_\varphi = \vec{e}_z)$

!!! $\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi$ ne sont PAS de directions fixes:

$\vec{e}_\rho = \vec{e}_\rho(\varphi(t))$, $\vec{e}_\varphi = \vec{e}_\varphi(\varphi(t)) \Rightarrow \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$ $\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = -\dot{\varphi}\vec{e}_\rho$

Eq. horaire $\vec{x}(t) = \rho(t)\vec{e}_\rho(\varphi(t)) + z(t)\vec{e}_z$

Vitesse et accélération:

$$\boxed{\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z} \qquad \boxed{\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z}$$

Cas mvmt circulaire: $\rho = const$, $z = const$, $\varphi = \varphi(t)$. Vitesse angulaire $\omega = \dot{\varphi}$ $[s^{-1}]$ [radian/s].

• *Général*

$\vec{v} = v\vec{e}_t$: la vitesse est tangente à la trajectoire

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho_c}\vec{e}_n$: accélération tangentielle + accélération normale

$\vec{e}_t$ et $\vec{e}_n$: vecteurs-unités tangent et normal à la trajectoire

ρ_c : rayon de courbure de la trajectoire.

•• 1.3. Cinématique du Solide Rigide

- 6 degrés de liberté
- Décomposition du mvmt en translation et rotation
- $\vec{v}_A$: vitesse d'un pt quelconque du solide, $\vec{v}_P$: vitesse d'un pt quelconque du solide
- $\vec{a}_A$: accélération d'un pt quelconque du solide, $\vec{a}_P$: accélération d'un pt quelconque du solide
- $\vec{\omega}$: vecteur vitesse de rotation du solide, ***le même pour tous les points du solide.***

Distributions des vitesses et accélérations:

$$\boxed{\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{AP}} \qquad \boxed{\vec{a}_P = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{AP} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{AP})} \qquad \forall A, \forall P$$

•• 1.4. Dynamique du point matériel

Masse inertielle de la particule m $[kg]$. Quantité de mvmt $\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$ $[kgms^{-1}]$

Force $\vec{F}_P$: vecteur avec point d'application (force *sur* la particule au point P) $[Newton] = [kgms^{-2}]$

Moment de force p.rapp. au point O : $\boxed{\vec{M}_O = \vec{OP} \times \vec{F}_P}$ $[Nm] = [kgm^2s^{-2}]$

Moment cinétique p.rapp. au point O : $\boxed{\vec{L}_O = \vec{OP} \times m\vec{v}}$ $[Nm] = [kgm^2s^{-1}]$

- *Lois de Newton*

Newton I : Principe d'inertie.Référentiels d'inertie.

Newton II : $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}}$ (si m=const: $\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$)

Newton III : $\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}}$ (action et réaction) (notation $\vec{F}_{i\to j}$: force exercée par la particule i sur la particule j)

Thm du moment cinétique: $\boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O}$.

- *Types de forces, "formule pour la force"* $\vec{F} = \vec{F}(\vec{x}(t), \vec{v}(t), t)$

A) Fondamentales

Gravitation : $\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r}$ $(\vec{r} = \vec{P_1P_2})$ $G = 6.67 \times 10^{-11}$ $[m^3kg^{-1}s^{-2}]$

Electromagnétique (cf. 2e année) : $\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$

B) Empiriques

Ressort: $\boxed{\vec{F}_r = -kr\vec{e}_r}$ $\vec{r} = \vec{OP}$, O : position-au-repos du ressort. k : constante de rappel $[Nm^{-1}]$.

Frottement de glissement: $\boxed{\vec{F}_f = f_c|\vec{N}|(-\vec{e}_v)}$ f_c : coeff. frottement cinétique ; $\vec{e}_v = \vec{v}/v$;

$\vec{N}$: force de liaison, normale à la surface

(!) *Condition* de frottement statique: $\boxed{|\vec{F}_s| < f_s|\vec{N}|}$ f_s : coeff. frottement statique.

Frottement visqueux : $\boxed{\vec{F}_v = -K\eta\vec{v}}$ $K[m]$: const. dépendant de la forme du corps ;

η : coeff. viscosité $[Nm^{-2}s]$ dépendant du type de fluide.

C) Liaisons : dues à des restrictions imposées au mvmvt.

- sur une courbe: $\vec{N} \perp courbe$
- sur une surface: $\vec{N} \perp surface$
- attache fil: $\vec{T}$ dans la dir. du fil.

Il n'y a pas de "formule" pour ces forces! Elles sont telles que $m\vec{a} = \sum \vec{F}$ *!*

- *Forces harmoniques et mvmts oscillants*

Ex. ressort: Newton II $\Rightarrow m\ddot{x} = -kx$

Sol. Générale $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

amplitude A, fréquence angulaire ω $[s^{-1}]$,

fréquence $\nu = \omega/2\pi$ $[s^{-1}]$, période $T = 2\pi/\omega$

Conditions initiales $\Rightarrow$ constantes d'intégration A et ϕ.

Représentation complexe: $\boxed{x(t) = \Re\left(\hat{x}e^{i\omega t}\right)}$

où on a noté $\Re(...)$ = partie réelle de ...

$\hat{x}$: amplitude complexe, ω: fréquence complexe

- *Forces centrales et mvmts gravitationels*

Def.: force toujours dirigée vers (ou de) un point fixe (O),

selon que la force soit attractive (ou répulsive).

$\boxed{\vec{L}_O = \text{const}}$: le moment cinétique est conservé.

- Force centrale en $1/r^2$

- Kepler I : trajectoire = cônique (ellipse, parabole ou hyperbole), un des foyers au point central.
- Kepler II : loi des aires, conséquence de la conservation de $\vec{L}_O$.
- Kepler III : cas ellipses : $T_1^2/T_2^2 = a_1^3/a_2^3$, où T_1, T_2 = périodes du mvmt, a_1, a_2 = demi-grand-axes de deux corps célestes gravitant autour du même corps central.

- Cas gravitation: $\boxed{E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r} = \text{const}}$: l'énergie mécanique est conservée.

$E_{mec} < 0 \Rightarrow$ ellipse; $E_{mec} = 0 \Rightarrow$ parabole $E_{mec} > 0 \Rightarrow$ hyperbole.

•• 1.5. Travail, Puissance, Energie

Def.: Travail de $\vec{F}$ entre A et B sur une trajectoire Γ d'équation horaire $\vec{x}(t)$

$$W_{AB,\Gamma} = \int_{A,\Gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_{t_A,\Gamma}^{t_B} \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt \quad [Joule] = [J] = [kgm^2s^{-2}]$$

Puissance instantanée de $\vec{F}$: $\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$ $\quad [Watt] = [W] = [kgm^2s^{-3}]$

Energie cinétique : $\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}}$ $\quad [J]$

Thm de l'énergie cinétique : $\boxed{W_{AB,\Gamma} = E_{cin}(B) - E_{cin}(A)}$

• *Forces conservatives. Energie potentielle*

Soit une force ne dépendant que de la position, $\vec{F} = \vec{F}(\vec{x})$. Si

$\exists$ fonction scalaire $E_{pot}(\vec{x})$ t.q. $\vec{F}(\vec{x}) = -\vec{\nabla} E_{pot}(\vec{x})\ \forall \vec{x} \Leftrightarrow \oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{x} = 0\ \forall \Gamma$ parcours fermé, $\Leftrightarrow$ $\int_{A,\Gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{x}$ dépend seulement de A et B, $\forall \Gamma$ parcours entre A et B, alors

$$\boxed{E_{pot}(\vec{x}) = -\int_{\vec{x}_0}^{\vec{x}} \vec{F} \cdot d\vec{x}} \quad [J]$$

est énergie potentielle de la particule. $\vec{x}_0$ est le point de référence (zéro du potentiel) arbitrairement choisi. La force est dite *conservative* ou *dérivant d'un potentiel.*

• *Energie mécanique*

$$\boxed{E_{mec} = E_{cin} + E_{pot}}$$

Une particule soumise à des forces toutes conservatives ou ne travaillant jamais a son énerige mécanique ***conservée***, c.à.d. E_{mec} est une ***constante du mvmt*** $\Leftrightarrow dE_{mec}/dt = 0\ \forall t$. Dans le cas général, la variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces non-conservatives

• *Cas force centrale dérivant d'un potentiel*

Si $\vec{F} = F(r)\, \vec{e}_r$, alors $\vec{F}$ dérive d'un potentiel et

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{L_0^2}{2mr^2} + E_{pot}(r)$$

est conservée. Le mvmt radial (selon r) est identique à un mvmt unidimensionnel dans un potentiel effectif $E_{pot,eff}(r) = E_{pot}(r) + L_0^2/2mr^2$.

•• 1.6. Dynamique des systèmes

• I.6.1 Intro

Décomposition des forces en *forces intérieures* et *forces extérieures.*

Décomposition du mvmt en mvmt du ***Centre de Masse (CM)*** et mvmt ***par rapport au référentiel du CM***.

Notation: m_α, $\vec{x}_\alpha$, $\vec{v}_\alpha$, $\vec{F}_{\beta,\alpha,int}$, $\vec{F}_{\alpha,ext}$ ... : masse, position, vitesse, force interne de la particule no.β sur la particule no.α, force externe sur la particule no.α.

• I.6.2 Centre de masse (CM ou G)

Déf. centre de masse: $\boxed{\vec{x}_G = \sum_\alpha m_\alpha \vec{x}_\alpha / M}$, où M = masse totale du système.

Déf. qté de mvmt du système: $\boxed{\vec{P} = \sum_\alpha m_\alpha \vec{v}_\alpha}$. On a $\boxed{\vec{P} = M\vec{v}_G}$.

Cas système isolé: $\vec{P} = const \Leftrightarrow \vec{v}_G = const$

Cas général:

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_\alpha \vec{F}_{\alpha,ext}}. \quad \text{Si M constant : } \boxed{M\vec{a}_G = \sum_\alpha \vec{F}_{\alpha,ext}}$$

- *Référentiel du CM* ($\mathcal{R}_\mathcal{G}$) : en ***translation avec le CM*** ($\vec{x}_G$), t.q. $\vec{\omega}_{\mathcal{R}_\mathcal{G})\mathcal{R}} = 0$ et $\vec{v}_G)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} = 0$.

  Propriété: $\mathcal{R}_\mathcal{G}$ est tel que $\vec{P})_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} = 0$.

• I.6.3 Moments cinétiques et moments de forces

Déf. moment cinétique du système : $\boxed{\vec{L}_O = \sum_\alpha \vec{OP}_\alpha \times m_\alpha \vec{v}_\alpha}$.

Théorème du moment cinétique du système :

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_\alpha \vec{M}_{O,\alpha,ext}}$$

- *Moment cinétique du système dans le réf. du CM*

Déf. : $\boxed{\vec{L}_G)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} = \sum_\alpha \vec{GP}_\alpha \times m_\alpha \vec{v}_\alpha)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}}}$ moment cinétique intrinsèque, avec $\vec{v}_\alpha)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_G$.

Décomposition du moment cinétique p.rapp. à O $\boxed{\vec{L}_O)_\mathcal{R} = \vec{L}_G)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} + \vec{x}_G \times \vec{P}}$.

Evolution du moment cinétique intrinsèque:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_G)_{\mathcal{R}_\mathcal{G}}}{dt} = \sum_\alpha \vec{M}_{G,\alpha,ext}}$$

Décomposition du moment de force $\boxed{\vec{M}_{O,ext} = \vec{M}_{G,ext} + \vec{x}_G \times \vec{F}_{ext}}$.

• **I.6.4 Energies et travaux**

Energie cinétique du système : $\boxed{E_{cin} = \sum_\alpha \frac{1}{2} m v_\alpha^2}$.

Thm de l'énergie cinétique. Soit A l'état du système en $t = t_A$, B l'état du système en $t = t_B$. Alors

$$\boxed{E_{cin,B} - E_{cin,A} = W_{AB,ext} + W_{AB,int}}$$

la variation de l' E_{cin} du système = somme des travaux des forces extérieures *et* intérieures.

On définit **l'énergie mécanique** du système $\boxed{E_{mec} = E_{cin} + E_{pot,int} + E_{pot,ext}}$ où $E_{pot,int}$ est l'énergie potentielle intérieure $E_{pot,int} = \sum_\alpha \sum_{\beta>\alpha} E_{pot,int,\alpha\beta}$ et $E_{pot,ext}$ est l'énergie potentielle extérieure $E_{pot,ext} = \sum_\alpha E_{pot,ext,\alpha}$. Alors

$$\boxed{E_{mec,B} - E_{mec,A} = W_{AB,ext}^{n.c.} + W_{AB,int}^{n.c.}}$$

où $n.c.$ signifie "non conservatives". Si **toutes** les forces, intérieures et extérieures, sont conservatives, on a

$$\boxed{E_{mec,B} - E_{mec,A} = 0} \quad \Leftrightarrow \quad E = const$$

c'est le principe de **conservation de l'énergie**

Décomposition de l'énergie cinétique $\boxed{E_{cin})_\mathcal{R} = E_{cin})_{\mathcal{R}_\mathcal{G}} + \frac{1}{2} M v_G^2)_\mathcal{R}}$

• *Chocs et réactions*

Q d'une réaction ou d'un choc: $\boxed{Q = E_{cin}(\text{juste après}) \text{ - } E_{cin}(\text{juste avant})}$

$Q < 0$: endoénergétique; $Q = 0$: élastique; $Q > 0$: exoénergétique.

• **I.6.5 Mvmts oscillatoires, libres, amortis, forcés, couplés, instables. Modes propres.**

Système à N_{lib} degrés de liberté. Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre $\Rightarrow$ système de N_{lib} équations différentielles ordinaires couplées.

Syst. homogène, solution générale: ansatz complexe

$$\boxed{\underline{q}(t) = \underline{\hat{q}} e^{i\omega t}}$$

solution où toutes les particules du système oscillent à la même frequence (complexe) ω. $\Rightarrow$ système algébrique linéaire homogène. Solution non triviale $\Leftrightarrow$ déterminant = 0. $\Leftrightarrow$ Seules certaines fréquences sont permises: ce sont les fréquences propres. Vecteur propre des amplitudes complexes $\underline{\hat{q}}$: mode propre.

Système inhomogène (frequence d'excitation ω_e donnée), solution particulière: on utilise aussi un ansatz complexe, mais pour une fréquence ω_e donnée: $\underline{q}(t) = \underline{\hat{q}}_i e^{i\omega_e t} \Rightarrow$ équation pour les amplitudes complexes $\underline{\hat{q}}_i$.

• I.6.6 Dynamique du solide rigide

• *Rotation d'axe fixe* Δ

$\boxed{L_{O,\Delta} = I_\Delta \omega}$, $\forall O \in \Delta$. Moment d'inertie d'axe Δ : $\boxed{I_\Delta = \sum_\alpha m_\alpha R_\alpha^2}$, où R_α = distance à l'axe Δ. Solide continu : $I_\Delta = \int_V \rho(\vec{x}) R^2(\vec{x}) d^3x$, où ρ est la densité $[kgm^{-3}]$, et V le volume du solide.

• *Axes principaux d'inertie du solide*

Pour tout solide, $\exists \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$, dits axes principaux d'inertie, de directions orthogonales $\vec{\varepsilon_1}, \vec{\varepsilon_2}, \vec{\varepsilon_3}$ fixes dans le réf. du solide t.q. si $\vec{\omega} \parallel \Delta_j$ alors $L_O \parallel \vec{\omega}$. Soit $I_{\Delta j}$ les moments d'inertie (dits principaux) d'axes Δ_j . Soit $\vec{\omega} = \omega_1 \vec{\varepsilon_1} + \omega_1 \vec{\varepsilon_1} + \omega_1 \vec{\varepsilon_1}$.

$$\boxed{\textbf{En général } \vec{L}_O \textbf{ n'est pas parallèle à } \vec{\omega} \qquad \vec{L}_O = I_{\Delta 1}\omega_1\vec{\varepsilon_1} + I_{\Delta 2}\omega_2\vec{\varepsilon_2} + I_{\Delta 3}\omega_3\vec{\varepsilon_3} \qquad \textbf{(*)}}$$

• *Eqs du mvmt du solide*

$$M\vec{a}_G = \sum \vec{F}_{ext} \quad et \quad \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_{O,ext} \quad ou \quad \frac{d\vec{L}_G)_{\mathcal{R}_G}}{dt} = \sum \vec{M}_{G,ext}$$

Pour obtenir $\frac{d\vec{L}_O}{dt}$: 1) obtenir les axes principaux $\vec{\varepsilon_1}, \vec{\varepsilon_2}, \vec{\varepsilon_3}$ et les moments d'inertie principaux $I_{\Delta,j}$; 2) projeter $\vec{\omega}$ sur $\vec{\varepsilon_1}, \vec{\varepsilon_2}, \vec{\varepsilon_3}$; 3) former $\vec{L}_O$ selon (*); 4) utiliser $\boxed{\dot{\vec{\varepsilon_j}} = \vec{\omega} \times \vec{\varepsilon_j}}$.

Cas rotation d'axe fixe Δ : $\quad I_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \sum M_{O\Delta,ext}$

• *Energie du solide*

Les forces intérieures ne travaillent pas.

Décomposition de l'énergie cinétique $\boxed{E_{cin})_\mathcal{R} = \frac{1}{2} I_{G\Delta}\omega^2 + \frac{1}{2} M v_G^2)_\mathcal{R}}$ où $I_{G\Delta}$ = moment d'inertie du solide p.rapp. à l'axe parallèle à $\vec{\omega}$ et passant par le CM (G).

•• 1.7. Changements de référentiels

Notation

$$\vec{v}_P(t))_{\mathcal{R}}$$

vitesse (à l'instant t) du point P, mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$

Soit $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{\mathcal{R}')\mathcal{R}}$ le vecteur vitesse de rotation de $\mathcal{R}'$ mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$

$$\begin{aligned}
\vec{v}_P)_{\mathcal{R}} &= \vec{v}_{O'})_{\mathcal{R}} + \vec{\omega} \times \vec{O'P} + \vec{v}_P)_{\mathcal{R}'} \\
\vec{a}_P)_{\mathcal{R}} &= \vec{a}_E + \vec{a}_C + \vec{a}_P)_{\mathcal{R}'} \\
\vec{a}_E &= \vec{a}_{O'})_{\mathcal{R}} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{O'P} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{O'P}) \\
\vec{a}_C &= 2\vec{\omega} \times \vec{v}_P)_{\mathcal{R}'}
\end{aligned}$$

$\vec{a}_E$: accélération d'entrainement, $\vec{a}_C$: accélération de Coriolis.

• *Dynamique dans les référentiels non inertiels*

Soit $\mathcal{R}$ un référentiel d'inertie, et $\mathcal{R}'$ un référentiel quelconque. On a

$$m\vec{a})_{\mathcal{R}'} = \sum \vec{F})_{\mathcal{R}'}$$

où

$$\sum \vec{F})_{\mathcal{R}'} = \sum \vec{F})_{\mathcal{R}} + \vec{F}_i + \vec{F}_C$$

avec les "formules pour la force": $\boxed{\vec{F}_i = -m\vec{a}_E}$ (force d'inertie) et $\boxed{\vec{F}_C = -m\vec{a}_C}$ (force de Coriolis). Dans un référentiel non inertiel, tout se passe comme si la 2e loi de Newton était valable, mais qu'aux forces existantes il faille ajouter la force d'inertie et la force de Coriolis.

•• 1.8. Relativité restreinte

• **Les lois de la nature sont invariantes pour tous les observateurs en mvmvt relatif de translation uniforme ("observateurs d' inertie").**

• **La vitesse de la lumière dans le vide est un invariant, c.à.d.** $\boxed{v_{lumiere} = c \ \forall \ \textbf{référentiel.}}$

• Evénement : 4 coordonnées de **l' espace-temps**

- Transformation de Lorentz

$$\begin{aligned} x' &= k(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= k(t - ux/c^2) \\ k &= \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned}$$

où on a placé $x \parallel x' \parallel \vec{v}_{O'})_{\mathcal{R}}$; $t = t' = 0$ lorsque $O \equiv O'$; $u = |\vec{v}_{O'})_{\mathcal{R}}|$.

Transformation inverse : $u \to -u$; $x' \leftrightarrow x$; $t' \leftrightarrow t$.

- Dynamique relativiste

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad \vec{F} \neq m\vec{a}$$

- Energie relativiste

$$E_{cin} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \qquad E_0 = m_0 c^2 \qquad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = mc^2$$

où m_0 : masse-au-repos, E_0 : énergie-au-repos, E : énergie totale de la particule.

$$\boxed{E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

- Collisions et réactions

Hyp. **Système isolé $\Rightarrow \vec{p}$ conservé , E conservé.**

Def. Q de la réaction $= E_{cin}^{après} - E_{cin}^{avant}$.

$Q = (\Delta m)c^2$, où Δm = somme des masses-au-repos avant - somme des masses-au-repos après.

- $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ se transforme par Lorentz comme (ct, x, y, z) :

$$p'_{x'} = k(p_x - uE/c^2) \qquad p'_{y'} = p_y \qquad p'_{z'} = p_z \qquad E' = k(E - up_x) \qquad k = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

- Particules de masse-au-repos nulle (p.ex. photon) : $m_0 = 0$ $v = c$ $\qquad E = pc$